離散観測データを用いた
最適配当境界のノンパラメトリック推定について

慶應義塾大学大学院理工学研究科 宇野 大我
慶應義塾大学理工学部 白石 博

破産理論 (ruin theory) の応用の一つに，最適配当境界問題 (Optimal Dividend Barrier Problem) がある．これは，保険会社の資本余剰金がある境界を超過した場合，その超過部分を配当金として株主に還元したときの配当金の最適化戦略を考察する問題である．

1957 年，de Finetti [1] は最適配当問題を次のように定式化した．

時刻 $t \geq 0$ における保険会社の資本余剰金を X_t とする．配当戦略を ξ で表し，各 ξ に対する累積配当金を L_t^ξ と表す．ただし，L_t^ξ は非減少で右連続左極限なパスを持ち，$L_0^\xi = 0$ とする．このとき，配当戦略 ξ に対するリスク過程として $U_t^\xi = X_t - L_t^\xi$ が与えられる．このリスク過程の破産時刻を $\tau^\xi = \inf\{t \geq 0 ; U_t^\xi < 0\}$ とおけば，初期資本を $u \geq 0$，割引係数を $\delta \geq 0$ として，期待配当金現在価値を

$$V(u, \xi) = \mathbb{E}\left[A^\xi \mid X_0 = u\right], \quad \text{where} \quad A^\xi = \int_0^{\tau^\xi} e^{-\delta t} dL_t^\xi$$

と表すことができる．すなわち最適配当問題は，「$V(u, \xi)$ を最大化する配当戦略 ξ^* は何か？」ということになる．

最適配当境界問題は，配当戦略を

$$\xi^b = \{L_t^b ; t \geq 0\}, \quad \text{where} \quad L_t^b = \left(\sup_{s \leq t} X_s \vee b\right) - b$$

とした場合の $V(u, b) = V(u, \xi^b)$ を最大にする b^* を求めることに相当する．

本発表では，「離散観測データ」の考え方に基づき，最適配当境界の推定量に関する提案を行う．保険会社の資本余剰金を連続時間確率過程としてモデリングを行う．ただし，連続時間ですべて観測することはできないため，この過程は離散的に観測されているとする．この過程が，Cramér-Lunberg モデルを拡張した「Wiener-Poisson モデル」に従うと仮定する．例えば，保険金支払いについては複合 Poisson 過程に従い，その他の資金の流出入については一般化 Wiener 過程に従うと解釈できる．

以上の仮定の下，離散的に観測されたデータのリサンプリングに基づく M-推定量の枠組みで最適配当境界の推定量を導出し，推定量の漸近的性質について述べる．

参考文献

[1] de Finetti, B. (1957). Su un'impostazion alternativa dell teoria collecttiva del rischio. *Transactions of the XVth International Congress of Actuaries 2*, 433-443.

[2] 大石惇喜，白石 博 (2018). 最適配当境界のノンパラメトリック推定．日本統計学会誌 *48. (1)* 89-111.