

多変量 ARMA モデルの時間領域と周波数領域における数値推定法の推定精度の比較 —通常の変換 ARMA モデルと変数変換を伴う多変量 ARMA モデルの場合で—

小樽商科大学 寺坂 崇宏

Hannan-Rissanen (1982) 法に基づく、多変量 ARMAX モデルと、修正 Box-Cox 変換を伴う多変量 ARMAX モデルの、次数、係数の数値推定法をそれぞれ検討する。Takimoto and Hosoya(2004)は、Hannan-Rissanen 法を修正した、多変量 ARMAX モデルの数値推定法を確立し、そこでは、準 Newton 法を用いて Whittle-Likelihood を最適化している。Takimoto(2017)は、このモデルを使い、周波数別偏一方向効果測度を評価している。

多変量 ARMAX モデルについては、2 段階目まで Hannan-Rissanen 法を適用し、3 段階目で、時間領域で表現した尤度関数を最適化する場合と、Whittle-Likelihood を最適化した場合の、尤度の改善の程度を比較検討する。尤度関数は非線形の形状なので、最適化では BFGS 公式を用いた準ニュートン法を使用する。初期値は 2 段階目で求まる一致推定量を使用する。直線探索は茨木、福島 (1991) を使用するが、オーバーフロー、アンダーフローが起きそうな場合は、探索ベクトルの step 幅を短くした。時間領域の尤度関数の最適化では、推定値を更新する度に、残差を更新して尤度を評価した。計算は、東北大学サイバーサイエンスセンターの SX-ACE を使用した。

さらに、Hosoya and Terasaka(2009)の、修正 Box-Cox 変換を伴う多変量 ARMAX モデルについても、数値推定法を改良し、時間領域で表現した尤度関数を使用する場合と、Whittle-Likelihood を使用する場合で、尤度の改良の程度を比較検討する。推定法は次のように変更している。1 段階目で、修正 Box-Cox 変換の、変換のパラメータを含む高次の AR モデルを推定して、AIC を使用して 2 段階目で使う残差を求めた。この変換のパラメータの値が決まれば、その下での、尤度を最大にする AR 係数は、近似的に OLS により求められるので、変換のパラメータについて探索方向ベクトルを求め、更新値の候補が決まる度に、OLS により AR 係数を推定して尤度を計算した。2 段階目では、この変換のパラメータを固定して、他の未知係数を OLS で推定して、BIC を使用してモデルの次数を推定した。3 段階目では、全ての未知係数を同時に最適化した。

いずれのモデルにおいても、時間領域の尤度関数、Whittle-Likelihood を使用しても、係数の推定値に大きな差はなく、尤度はほぼ同等に改良されることを確認した。

参考文献

- Hannan, E.J. and Rissanen, J., 1982. Recursive estimation of mixed autoregressive-moving average order. *Biometrika* 69, 81-94
- Hosoya, Y. and Terasaka, T., 2009. Inference on transformed stationary time series. *Journal of Econometrics* 151, 129-139.
- Takimoto, T. and Hosoya, Y., 2004. Three-step procedure for estimating and testing cointegrated ARMAX models, *The Japanese Economic Review*, 55, 418-450.
- Takimoto, T., 2017., Inference based on the vector autoregressive and moving average model. In: *Characterizing independencies of multiple time series theory and applications*. Springer, Singapore.
- 茨木俊秀, 福島雅夫 (1991) 『FORTRAN77 最適化プログラミング』 岩波書店, 東京