

ACP モデルに基づく株価収益率のジャンプの推定

関西学院大学 理工学研究科 守屋奨悟 森本孝之

株価収益率の突発的な変動（ジャンプ）は計量経済学における重要な分析対象である。本研究では特に資産運用にとってより重大な価格降下のジャンプについて扱うことにする。分析に用いるのは Autoregressive Conditional Poisson (ACP) モデルである。ACP モデルとは Rydberg and Shephard(1999) によって示唆され Heinen(2003) が提唱したモデルで、通常のポアソン分布のパラメータである平均 λ が自己回帰する時系列モデルで、稀にしか起こらない現象を時系列の目線で説明するのに優れている。 $P(\lambda_t)$ を平均 λ_t のポアソン分布とし、 F_t を時点 t までに得られた履歴とする。また、2つの多項式を $\alpha(B) = \alpha_1 B + \alpha_2 B^2 + \cdots + \alpha_q B^q$, $\beta(B) = \beta_1 B + \beta_2 B^2 + \cdots + \beta_p B^p$ とする。ここで、 B はバックシフト演算子であり、 $\alpha_i > 0, i = 1, \dots, q$, $\beta_j > 0, j = 1, \dots, p$ である。このとき、ACP 過程 $\{S_t\}_{t \in \mathbb{Z}}$ は、

$$S_t | F_{t-1} \sim P(\lambda_t), \quad \forall t \in \mathbb{Z}, \quad \lambda_t = c + \alpha(B)S_t + \beta(B)\lambda_t$$

である。ここで、 $c > 0$ での条件付き確率質量関数 $S_t = s, s = 0, 1, 2, \dots$ は、

$$\mathbb{P}(S_t = s | \lambda_t) = \frac{\lambda_t^s}{s!} e^{-\lambda_t}$$

となる。Ferland(2006) によって示されているように、 $\sum_{i=1}^q \alpha_i + \sum_{j=1}^p \beta_j < 1$ ならば、強定常であるのと同様に共分散定常である。Fokianos(2009) によると、 $q = p = 1$ のとき共分散定常な ACP 過程のエルゴード条件を導ける。分布は以上の通り ACP 過程とわかっているので、最尤推定を用いることができる。通常のポアソン過程の尤度関数と同じく、このときの対数尤度関数は、

$$\ln \mathcal{L}(\lambda | s) = \sum_{t=1}^T (S_t \ln \lambda_t - \lambda_t)$$

と表せる。ここで、 s はすでに得られたジャンプの出現データであり、 $\lambda_t = c + \alpha S_{t-1} + \beta \lambda_{t-1}$ のパラメータである c, α, β を推定することになる。本研究では、日本の株価収益率の下降ジャンプを ACP モデルによってモデル化し、そのパラメータを最尤法で推定する。用いるデータは日経 225 の中で期間中継続的に取引された 65 銘柄の高頻度データである。これを ACP モデルに当てはめ、株価収益率のジャンプの推定を行う。

参考文献

- [1] Ferland R, Latour A, Oraichi D. 2006. Integer-valued Garch process. *Journal of Time Series Analysis* **27**, 923-942
- [2] Fokianos K, Rahbek A, Tjøstheim D. 2009. Poisson autoregression. *Journal of the American Statistical Association* **12**, 1430-1439.
- [3] Gross-Kluschmann, A., Hautsch, N(2013). Predicting BidAsk Spreads Using Long - Memory Autoregressive Conditional Poisson Models. *Journal of Forecasting* **32**, 724-742
- [4] Heinen, A.(2003) Modelling Time Series Count Data: An Autoregressive Conditional Poisson Model, *CORE Discussion Paper* 2003/62, Universite catholique de Louvain.
- [5] Rydberg TH, Shephard N. 1999. BIN models for trade-by-trade data: modeling the number of trades in a fixed interval of time. *Working Paper* 0740, Nuffield College.