

ハイパーグラフ成長モデルにおける優先的選択関数の推定

井上 雅章^{1,2}, Pham Thong², 下平 英寿^{1,2}

¹ 京都大学大学院 情報学研究科

² 理化学研究所 革新知能統合研究センター

1 はじめに

グラフ構造をもつ個体間の相互関係の動的な構造変化のモデリングは複雑ネットワーク分野の主要なテーマのひとつであり、実世界のネットワークが示す構造的性質を説明する成長機構を明らかにするために数多くの研究がされている。論文共著者ネットワークをはじめとする実際のネットワーク成長過程では、グラフ上に追加されたエッジ (e.g. 共著関係) は、ハイパーグラフ上に追加されたハイパーエッジ (e.g. 論文) を、完全グラフを構成するエッジ集合に対応させたものである。この対応づけによって、エッジ集合の情報をもたない従来のグラフ成長モデルは、グラフに新たに追加されるエッジに独立性の仮定をおくことになる。この独立性の仮定による成長モデルの当てはまりへの影響を精査した既存研究は多くない。本研究では、ハイパーグラフ成長を示す複雑ネットワークを対象とした、ハイパーグラフ成長モデルの優先的選択関数の推定手法と高速化のための計算アルゴリズムを提案する。

2 ハイパーグラフ成長モデル

複雑ネットワークの代表的な成長機構である優先的選択性は Barabási-Albert モデル [1] に基づいており、ある時刻においてノードの次数を k としたとき、そのノードが新しいエッジを獲得する確率は優先的選択関数 A_k に比例する。従来のグラフ成長モデルではグラフに新たに追加されるエッジごとに取得確率を考え、ノード i, j 間のエッジ取得確率 $P_{i,j}$ は優先的選択関数などを用いて定義される [2]。この成長モデルでは追加されるエッジの独立性の仮定により、エッジが集合で追加される場合に同時確率が考慮されないという問題点がある。提案するハイパーグラフ成長モデルでは、追加されるハイパーエッジの取得確率をノード集合についての優先的選択関数の総乗で定義する。このように成長モデルをハイパーグラフへ拡張することで、従来のグラフにおける複数のノード間のエッジ取得の同時性に対応できる。優先的選択関数は最尤推定によりノンパラメトリックな推定が可能である。また、実応用ではノード集合の総組み合わせからなるハイパーエッジの取得確率の計算が問題となるが、これについては Newton's identities [3] を用いた再帰的アルゴリズムの導出により計算コストを大幅に削減することができる。実データ解析およびシミュレーション結果については当日に報告する。

参考文献

- [1] Albert-László Barabási and Réka Albert. Emergence of Scaling in Random Networks. *Science*, 286(5439):509–512, 1999.
- [2] Masaaki Inoue, Thong Pham, and Hidetoshi Shimodaira. Transitivity vs Preferential Attachment: Determining the Driving Force behind the Evolution of Scientific Co-authorship Networks. In *Unifying Themes in Complex Systems IX. ICCS 2018. Springer Proceedings in Complexity*. 262-271, Springer, 2018.
- [3] George A. Baker. A New Derivation of Newton's Identities and their Application to the Calculation of the Eigenvalues of a Matrix. *Journal of the Society for Industrial and Applied Mathematics*, 7(2):143–148, 1959.