

順序カテゴリカルデータの 2 標本問題でのプロファイル尤度 に基づく信頼区間とその他の順位に基づく方法の比較

統計数理研究所 データ科学研究系 船渡川伊久子
中外製薬株式会社 臨床開発企画部 船渡川隆

1. はじめに

Relative effect はある群の観測が他方の群の観測よりも大きくなる確率であり、無作為化比較試験で反応が順序カテゴリカルデータの場合に効果の大きさの指標として適当であると考えられている。Wilcoxon–Mann–Whitney 検定 (WMW) は 2 群比較に広く使われているが、帰無仮説は単に relative effect が 50% であることではなく、同一の分布である。このため、群間でばらつきが異なる場合の使用には注意を要する。一方、Brunner–Munzel 検定 (BM) [1] の帰無仮説は relative effect が 50% であり、分布に関する仮定を必要としない。本研究では、同じく分布に関する仮定を必要としないプロファイル尤度に基づく relative effect の 95% 信頼区間と、その他の順位に基づく手法の性能を比較する。

2. プロファイル尤度に基づく relative effect の 95% 信頼区間

X と Y を順序カテゴリカルの値をとる 2 群の確率変数とする。Relative effect は $\theta = \Pr(X > Y) + \frac{1}{2}\Pr(X = Y)$ である。 p_i, q_i を各群のカテゴリ i ($i = 1, \dots, K$) の割合とし、尤度 $l(p_1, \dots, p_{K-1}, q_1, \dots, q_{K-1})$ を θ とその他の局外パラメータで $l(\theta, p_2, \dots, p_{K-1}, q_1, \dots, q_{K-1})$ と表し、これより θ が与えられたもとのプロファイル尤度に基づく relative effect の 95% 信頼区間を求める。例えば、 $K=3$ の時、 $\theta = (p_2 + p_3)q_1 + p_3q_2 + \frac{1}{2}(p_1q_1 + p_2q_2 + p_3q_3)$ で、尤度は次式である。

$$l(\theta, p_2, q_1, q_2) = \left(\frac{-2\theta + p_2q_1 - p_2 + q_1 + q_2 + 1}{q_2 + 1} \right)^{x_1} p_2^{x_2} \\ \times \left(1 - \frac{-2\theta + p_2q_1 - p_2 + q_1 + q_2 + 1}{q_2 + 1} - p_2 \right)^{x_3} q_1^{y_1} q_2^{y_2} (1 - q_1 - q_2)^{y_3}$$

3. 手法間の比較

群間で例数が等しい場合に、プロファイル尤度と BM では有意でなく、WMW は有意であるが、例数比をばらつきが大きい群の人数が大きくなるように変更することで、前 2 手法は有意となり WMW は有意でなくなる数値例を示す。これは、WMW の liberal および conservative な性質に起因していると考えられる。シミュレーションによる比較と数値例を当日示す。また、proportional odds model との関係を示す。

参考文献

[1] Brunner, E. and Munzel, U. (2000). The nonparametric Behrens–Fisher problem: Asymptotic theory and a small-sample approximation. *Biometrical Journal* **42**, 17–25.