

誤特定連続時間モデルのためのブートストラップ理論

上原 悠模
統計数理研究所

確率基 $(\Omega, \mathcal{F}, (\mathcal{F}_t)_{t \in \mathbb{R}_+}, \mathbb{P})$ 上の確率微分方程式:

$$dX_t = A(X_t)dt + C(X_{t-})dZ_t. \quad (0.1)$$

の解過程 X からの高頻度観測 $\mathbb{X} := (X_{t_0^n}, \dots, X_{t_n^n})$ を想定する. ここで, 駆動ノイズ過程 Z は任意次のモーメントを持つ Lévy 過程とする. $\mathbb{X}$ から係数の情報を推定するため, パラメトリックモデル

$$dX_t = a(X_t, \alpha)dt + c(X_{t-}, \gamma)dZ_t, \quad (0.2)$$

をあてがうとし, 本研究では真の係数 $(A(\cdot), C(\cdot))$ が関数族 $\{(a(\cdot, \alpha), c(\cdot, \gamma)) : \theta := (\alpha, \gamma) \in \Theta\}$ に属さない, いわゆるモデルの誤特定の状態を考える.

この時, 平均・分散構造に着目した正規型疑似尤度に基づく推定量 $\hat{\theta}_n$ は, 一致性や漸近正規性を持つことが知られる ([1], [2]). しかし, 誤特定により生じるバイアス補正において用いる真の係数を含む (拡張) ポアソン方程式の解が $\hat{\theta}_n$ の漸近分散に含まれるため, モデル特定下において提案された漸近分散の一致推定量はモデル誤特定下では機能しない. これは, モデル誤特定を考慮した信頼区間の構成には新たな漸近分散の一致推定量の構築が必要であることを示唆している. 本研究では, この問題に対して一つの解決策を提示する.

本講演では, まず [3] により提案された, マルチンゲール推定関数に関する一般化ブートストラップ法により構築されたブートストラップ分散の極限が $\hat{\theta}_n$ の漸近分散に不一致であることを示す. その後, 部分和に対して重み付けを行うブロックブートストラップ型の推定量を新たに与え, そのブートストラップ分散が $\hat{\theta}_n$ の漸近分散を推定可能であることを示し, 正規化された推定量の分布関数の近似定理を与える.

References

- [1] Uchida, M. and Yoshida, N. (2011). Estimation for misspecified ergodic diffusion processes from discrete observations. *ESAIM: Probability and Statistics*, 15:270-290, 2011.
- [2] Uehara, Y. (2018). Statistical inference for misspecified ergodic Lévy driven stochastic differential equation models., *Stochastic Processes and their Applications*, Online first.
- [3] Chatterjee, S., and Bose, A. (2005). Generalized bootstrap for estimating equations. *The Annals of Statistics*, 33(1), 414-436.