

# 多変量ボラティリティモデルのベイズ推定

東京大学大学院経済学研究科

大森裕浩

金融資産収益率のボラティリティは時間を通じて変動することが知られているが、この動学的変動を説明するモデルのクラスとして、主に GARCH (Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity) モデルと確率的ボラティリティ変動 (Stochastic Volatility, SV) モデルがある。一変量の金融資産収益率の実証分析においては、ボラティリティモデルのあてはまりや予測について SV モデルが優れていることが実証分析において多く示されているが、さらに高頻度データが利用可能な場合には、それによって求められる実現ボラティリティの情報を追加的な観測方程式としてモデルに取り込むことで、パラメータの推定精度やモデルのパフォーマンスの一層の改善を図ることができ、実現確率的ボラティリティ (Realized Stochastic Volatility, RSV) モデルと呼ばれている (Takahashi, Omori and Watanabe (2009))。

本発表では、多変量の金融資産収益率のボラティリティ・モデリングのために、これまで提案されているいくつかの SV モデル・RSV モデルを取り上げて、そのモデル・パラメータの推定方法とモデル比較について報告する。まず一変量 SV モデルの自然な拡張として、リターンの相関が時間を通じて一定であるようなボラティリティ変動モデルを考え、レバレッジ効果と呼ばれるリターンとボラティリティの負の相関構造も考慮する (Ishihara and Omori (2012), Ishihara, Omori and Asai (2016))。次にその相関構造が動学的な構造をもつモデルへの拡張を行い、リターンの共分散行列のモデルとしてコレスキー分解に基づく構造 (Shirota, Omori, Lopes and Piao (2017)) と一般的な構造 (Yamauchi and Omori (2016)) の双方を考え、高頻度データを観測方程式に取り入れた RSV モデルをとりあげる。一方、モデルの潜在変数やパラメータの個数について節約的な多変量 SV・RSV モデルについても考える。例えば株式市場におけるマーケットファクターなど主要な因子が存在する場合において、リターンの共分散行列に因子構造を仮定し、因子の動学的な変動をモデル化する (Ishihara and Omori (2017), Yamauchi and Omori (2018))。またリターンの相関の動学的構造について、グループごとの相関係数が一定であるようなモデルについてとりあげ (Kurose and Omori (2016))、さらにマーケット・インデックスのリターンや高頻度データを用いることでパラメータ推定の精度を改善する (Kurose and Omori (2018), Yamauchi and Omori (2018))。

以上の多変量ボラティリティモデルではモデル・パラメータや潜在変数が非常に多くなるため、潜在変数を積分して求める尤度の計算やその最大化は困難である。このため、ベイジアン・アプローチを用いることとし、マルコフ連鎖モンテカルロ法によるモデル・パラメータの効率的な推定を行う。また、米国の株価の日次収益率と実現共分散行列のデータを用いてポートフォリオ・パフォーマンスによるモデルの評価も紹介する。