

# 季節調整モデルにおける多重周期季節成分の推定

東京大・情報理工 羽場 智哉  
東京大・地震研／情報理工 長尾 大道  
東京大・地震研 伊藤 伸一

時系列データに含まれる周期成分（以下、季節成分）を抽出する際、その季節成分を生み出す要因が明らかでない場合には、特定の関数形を仮定しない手法が必要となる。Kitagawa and Gersch[1] は観測された時系列  $y_t$  を

$$y_t = u_t + s_t + w_t \quad (1)$$

のように、トレンド成分  $u_t$ 、季節成分  $s_t$ 、ノイズ成分  $w_t$  に分解する場合、 $u_t$  および  $s_t$  が従うシステムモデルをそれぞれ

$$(1 - B)^k u_t = v_{u,t}, \quad (2)$$

$$(1 + B + \cdots + B^{p-1}) s_t = v_{s,t} \quad (3)$$

とすることを提案した。ここで  $B$  は時間シフトオペレーター、 $k$  はトレンド成分の次数、 $p$  は季節成分の周期であり、 $v_{u,t}$  および  $v_{s,t}$  はそれぞれトレンド成分および季節成分に関するシステムノイズである。 $(3)$  式のシステムモデルは、季節成分に特定の関数形の仮定を必要とせず、柔軟な季節成分の表現を可能にする。 $(1)$  式のように、周期成分の個数が一つの場合は、システムモデルとして  $(2)(3)$  式を採用することにより、トレンド成分と季節成分を一意に分解することができるが、現実の時系列データには複数の季節成分が混在していることがあるため、これらを分離・抽出する手法が必要となる。

本研究では、複数の季節成分を一意分解するための手法を提案する。例として、時系列に周期  $p_1, p_2$  の二つの季節成分が含まれている場合には、(i)  $p_1, p_2$  が互いに素、(ii)  $p_2 = \alpha p_1$  なる 2 以上の自然数  $\alpha$  が存在、(iii) それ以外、のそれぞれについて、異なる手法を用いる必要がある。(i) の場合は、Kitagawa and Gersch[1] と類似したシステムモデルを採用すればよく、(ii) の場合は、周期  $p_1$  を持つ季節成分のシステムモデルは変更せず、周期  $p_2$  を持つ季節成分に  $(3)$  式とは異なるシステムモデルを導入することにより一意分解が可能となる。さらに (iii) の場合は、周期  $p_1, p_2$  を持つ二つの季節成分の両方に  $(3)$  式とは異なるシステムモデルを導入した上で、第三の季節成分を考慮することにより一意分解が可能となることが示される。本研究では、これをさらに一般化し、複数の季節成分が一意分解可能となるシステムモデルを構築し、それに基づく季節成分の推定手法を提案する。

## References

- [1] G. Kitagawa and W. Gersch: A Smoothness Priors-State Space Modeling of Time Series with Trend and Seasonality. *Journal of the American Statistical Association*. Vol. 79, No. 386, pp.378–389, 1984.