

実現ボラティリティのモデル化と推定・予測について

創価大学経済学部 浅井 学

ファイナンスにおいて、金融資産の収益率のボラティリティ（標準偏差または分散）は、リスクを測る尺度としてオプション価格や VaR (Value-at-Risk) の計算などに用いられている。しかし、ボラティリティは真の値を観測することができないため、資産価格やその収益率の情報を使って推定する必要がある。ボラティリティのモデル化に幅広く用いられているのが、ARCH (Autoregressive Conditional Heteroscedasticity) 型のモデルと SV (stochastic volatility) モデルである。しかし近年、モデルに依存しないボラティリティの推定量として、実現ボラティリティ (Realized Volatility) が注目を集めている。特に、Barndorff-Nielsen 他(2008)の RK (Realized Kernel) 推定量は、金融資産の価格がもつマイクロ・ストラクチャー・ノイズとジャンプの影響を取り除き、一貫性をもってボラティリティを推定することができる。

この実現ボラティリティを使って、ボラティリティのモデルを特定化する際に注意しなければならないのが、Barndorff-Nielsen and Shephard (2002)で指摘された実現ボラティリティ誤差である。これは、ボラティリティの推定値とその真の値との差として定義される。Barndorff-Nielsen and Shephard (2002)および Bollerslev and Zhou (2002)では、均一分散をもつ誤差項を付け加えることで、この実現ボラティリティ誤差を取り除いて SV モデルを推定することを提案している。このアプローチはアドホックではあるが効果的であり、ARCH 型のモデルでは Engle and Gallo (2006)および Shephard and Sheppard (2010)で応用されている。

このような背景から、金融資産の収益率と実現ボラティリティの両方の情報を用いて、ボラティリティ・モデルの推定しようという取り組みが出てきている。特に SV モデルでは Takahashi, Omori, and Watanabe (2009), Shirota, Hizu, and Omori (2014), Asai, Chang, and McAleer (2017)などが挙げられる。本講演では、この分野における近年の発展について論じる。

- [1] Asai, M., C.L. Chang, and M. McAleer (2017), “Realized stochastic volatility with general asymmetry and long memory”, *Journal of Econometrics*, 199, 202-212.
- [2] Barndorff-Nielsen, O.E., P.R. Hansen, A. Lunde, and N. Shephard (2008), “Designing Realised Kernels to Measure the Ex-Post Variation of Equity Prices in the Presence of Noise”, *Econometrica*, 76, 1481–1536.
- [3] Barndorff-Nielsen, O.E., and N. Shephard (2002), “Econometric Analysis of Realized Volatility and Its Use in Estimating Stochastic Volatility Models”, *Journal of the Royal Statistical Society, Series B*, 64, 253–280.
- [4] Bollerslev, T. and H. Zhou (2002), “Estimating Stochastic Volatility Diffusion Using Conditional Moments of Integrated Volatility”, *Journal of Econometrics*, 109, 33–65.
- [5] Shirota, S., T. Hizu, and Y. Omori (2014), “Realized Stochastic volatility with Leverage and Long Memory”, *Computational Statistics & Data Analysis*, 76, 618–641.
- [6] Takahashi, M., Y. Omori, and T. Watanabe (2009), “Estimating Stochastic Volatility Models Using Daily Returns and Realized Volatility Simultaneously”, *Computational Statistics & Data Analysis*, 53, 2404–2426.