ノンパラメトリックなハザード比推定のバイアス修正について

九州大学　マス・フォア・インダストリ研究所　森 山　卓
九州大学　数理学研究院　前園　宜彦

1. ノンパラメトリックなハザード比推定量について

ハザード比は医療，金融、保険業界など多岐にわたる分野におけるリスク尺度としてよく知られている．さて独立に同分布 F に従うデータは打ち切りを含まないとし，確率密度関数 f と F により次のように与えられるハザード比：$H(x_0) = f(x_0)/\{1 - F(x_0)\}$ のノンパラメトリックな推定について考察する．自然な推定量としては Watson & Leadbetter (1964) により提案された $\widetilde{H}(x_0) = \widehat{f}(x_0)/\{1 - F_n(x_0)\}$ がある．ただし $\widehat{f}$ はカーネル型密度推定量，F_n は経験分布関数とする．Moriyama & Maesono (2016) [1] は Ćwik & Mielniczuk (1989) [2] を利用し，新たに次の'比型でない' 統計量

$$\widehat{H}(x_0) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} K\left(\frac{M_n(x_0) - M_n(X_i)}{h}\right)$$

がハザード比の一致推定量となることを示した．ただし $M_n(w) = w - \int_{-\infty}^{w} F_n(u)du = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} w - (w - X_i)_+$ とする．実は提案推定量 $\widehat{H}(x_0)$ について，以下が成立：

$$\widehat{H}(x_0) = \frac{\widehat{f}_{M_n(X)}(x_0)}{M_n'(x_0)} = \frac{\widehat{f}_{M_n(X)}(x_0)}{1 - F_n(x_0)}$$

する．ただし $\widehat{f}_{M_n(X)}(x_0)$ は変換された (transformed) カーネル型密度推定量である．このことは，$\widetilde{H}$ 及び $\widehat{H}$ には密度 f を変換して推定するかどうかの差しか無いことを示している．ガンマ分布やワイブル分布などの重要なモデルにおける $\widetilde{H}$ 及び $\widehat{H}$ の漸近平均二乗誤差の比較は Moriyama & Maesono (2016) に示されており，提案推定量 $\widehat{H}$ は良い推定精度を持つ．

2. 提案推定量のバイアス修正について

比型でない提案推定量は，とりわけ漸近分散の意味で優れることが理論的にも示される．そこで提案推定量の漸近バイアスの縮小方法について考察する．実は $\widehat{H}(x_0)$ の平均二乗誤差に着目すると，漸近バイアスは分子の密度推定量 $\widehat{f}_{M_n(X)}(x_0)$ によって生じることが示される．すなわち提案推定量のバイアス修正を考えるには，密度推定量 $\widehat{f}_{M_n(X)}(x_0)$ のバイアス修正を考えればよいことが分かる．本講演では Jones et al. (1995) や Terrell & Scott (1980) の外挿法によるバイアス修正法を紹介し，数値実験の結果を例示しながら提案手法の推定精度について議論する．

3. 参考文献

[1] Moriyama, T. & Maesono, Y. (2016). A new kernel estimator of hazard ratio and its asymptotic mean squared error. arXiv:1611.08049.

[2] Ćwik, J. & Mielniczuk, J. (1989). Estimating density ratio with application to discriminant analysis. Communications in Statistics-Theory and Methods, 18(8). 3057–3069.