

# Factor multivariate realized stochastic volatility model

東京大・経済・院 山内雄太

東京大・経済 大森裕浩

資産収益率のボラティリティや収益率間の相関の推定・予測はポートフォリオ設計などにおける重要な問題であるが、多変量モデルにおいてはパラメータの次元が大きくなることによる推定上の困難が存在する。本研究では、多変量確率的ボラティリティ変動モデルにファクター構造を取り入れることによって、パラメータの次元を節約して推定する手法を提案する。多変量確率的ボラティリティ変動モデルにファクターを導入した研究はすでに Chib, Nardari and Shephard (2006) や Ishihara and Omori (2016) などで行われている。しかし、いずれの研究においても高頻度データから計算される実現測度 (realized measure) の情報を用いていないため、推定の安定性に関しては改善の余地がある。そのため、本研究においては高頻度データから計算される実現共分散行列の情報、および市場インデックスなどのファクターに関する情報を取り入れる。また、レバレッジ効果を各ファクターと一期先の各資産収益率およびファクターの対数ボラティリティとの相関として推定することでパラメータの次元を削減する。

$y_t$  を  $t$  時点の  $p \times 1$  資産収益率ベクトル、 $f_t$  を  $q \times 1$  ファクターベクトル、 $x_t$  を  $q \times 1$  実現ファクターベクトル (観測されるファクターの指標となるもの、市場インデックスなど) とするとき、以下のようにモデリングを行う。

$$\begin{aligned}x_t &= \mathbf{A} f_t + v_t \\y_t &= \mathbf{B} f_t + \mathbf{V}_{1t}^{1/2} \epsilon_{1t} \\f_t &= \gamma + \psi \odot (f_{t-1} - \gamma) + \mathbf{V}_{2t}^{1/2} \epsilon_{2t}\end{aligned}$$

ただし、資産収益率およびファクターの対数ボラティリティは一階の自己回帰過程に従うと仮定する。さらに、資産収益率間の実現共分散行列  $\mathbf{W}_t$  が以下の逆ウィシャート分布に従っているとする。

$$\mathbf{W}_t \sim \text{IW}(s_0, \{k_0 \text{Cov}(y_t | \theta)\}^{-1})$$

ただし、 $\theta$  はモデルのパラメータを表す。この関係を通して高頻度データの情報をファクター多変量確率的ボラティリティ変動モデルに取り入れて推定を行う。

## 参考文献

- [1] Siddhartha Chib, Federico Nardari, and Neil Shephard. Analysis of high dimensional multivariate stochastic volatility models. *Journal of Econometrics*, Vol. 134, No. 2, pp. 341–371, 2006.
- [2] Tsunehiro Ishihara and Yasuhiro Omori. Portfolio optimization using dynamic factor and stochastic volatility: evidence on fat-tailed error and leverage. *Japanese Economic Review*, 2016.