# 非正規従属な 1–ファクターマートンモデルによる<br>与信ポートフォリオの信用リスク評価

東京理科大学大学院工学研究科　藤井琢也
東京理科大学工学部　塩濱敬之

## 1　はじめに

構造型信用リスク評価モデルにおける 1-ファクターマートンモデルとは, ある企業の資産価値変動の要因を全ての企業に共通する 1 つのファクターと当該企業に固有のファクターに分け, 資産価値がバランスシートの負債額を下回った場合をデフォルトと定義し, デフォルト確率を算出するモデルである [1]. その信用リスク量の計測は, 連続時間におけるウィーナー過程に基づいて記述される. 本研究は, 上記のモデルの離散時間モデルを考え, そのリスク因子に非正規従属性を仮定したモデルを提案し, 高次漸近展開を用いた信用リスク量の計測を試みる.

## 2　非正規従属な 1–ファクターマートンモデル

マートンモデルでは, 債務者 $i$ の資産価値は以下の幾何ブラウン運動に従っている. ここでは, 同じパラメータ $\mu,\sigma,\rho$ を所有した $N$ の債務者から構成される均質なポートフォリオを仮定している [2].

$$dV_{i,t} = \mu V_{i,t}dt + \sigma V_{i,t}dW_{i,t},$$

ここで, $V_{i,t}$ は債務者 $i$ の時点 $t$ での資産価値, $\mu$ は資産価値の平均収益率, $\sigma$ はボラティリティ, $W_{i,t}$ はブラウン運動である. この $W_{i,t}$ は以下のように 2 つの独立なブラウン運動に分解される.

$$dW_{i,t} = \sqrt{\rho}dX_{0,t} + \sqrt{1-\rho}dX_{i,t}, \quad i = 1,\dots,N.$$

$X_{0,t}$ と $X_{i,t}$ は互いに独立な標準ブラウン運動に従い, $X_{0,t}$ は共通ファクター, $X_{i,t}$ は債務者 $i$ の固有ファクターである. また, $\rho$ は資産相関であり $\sqrt{\rho}$ は資産価格の感応度である. 確率過程 $V_{i,j}$ を区間 $[0,t]$ において, 間隔 $\Delta$ で $n$ 分割した離散観測を考える. このとき, $V_{i,j\Delta}$ と $W_{i,(j-1)\Delta}$ はそれぞれ以下の式で表現される.

$$\ln V_{i,j\Delta} = \ln V_{i,(j-1)\Delta} + \mu\Delta + \sigma\sqrt{\Delta}W_{i,(j-1)\Delta},$$

$$W_{i,(j-1)\Delta} = \sqrt{\rho}\tilde{X}_{0,(j-1)\Delta} + \sqrt{1-\rho}\tilde{X}_{i,(j-1)\Delta}. \tag{1}$$

ここで, $\tilde{X}_{i,j} = X_{i,j}/(\mathrm{var}(X_{i,j}))^{\frac{1}{2}}$ は標準化過程である. また, $X_{i,j}, i \in \{0,1,\dots,N\}$ は 4 次定常過程である. 式 (1) から $t = n\Delta$ のとき, 債務者 $i$ の資産価格は次のように表現される.

$$\ln V_{i,t} = \ln V_{i,0} + \mu n\Delta + \Delta^{\frac{1}{2}}\sigma\left(\sqrt{\rho}\sum_{j=1}^{n}\tilde{X}_{0,j} + \sqrt{1-\rho}\sum_{j=1}^{n}\tilde{X}_{i,j}\right).$$

また, $Y_{0,n} = \frac{1}{\sqrt{n}}\Sigma_{j=1}^{n}\tilde{X}_{0,j}, Y_{i,n} = \frac{1}{\sqrt{n}}\Sigma_{j=1}^{n}\tilde{X}_{i,j}, W_{i,n} = \sqrt{\rho}Y_{0,n} + \sqrt{1-\rho}Y_{i,n}$ とする. このモデルの下で, 信用リスク量の評価を高次漸近展開を用いて行う.

## 参考文献

[1] 橋本崇 (2008).「与信ポートフォリオの信用リスク計量における資産相関について - 本邦のデフォルト実績を用いた実証分析 - 」, 日本銀行ワーキングペーパーシリーズ, No. 08-J-10.
[2] Hull, J. C (2012). Risk Management and Financial Institutions Third Edition, Wiley, New Jersey.