

パネルデータを用いた非分離的モデルの識別と推定

東京大学経済学研究科 石原 卓弥

本研究では、次の非分離的モデルの識別と推定について考える。

$$Y_t = g_t(X_t, U_t), \quad t = 1, \dots, T$$

ここで、 $Y_t \in R$ は従属変数、 $X_t \in R^k$ は説明変数、 $U_t \in R$ は観測できない1次元の誤差項である。 $\mathbf{Y} = (Y_1, \dots, Y_T)$ 、 $\mathbf{X} = (X_1, \dots, X_T)$ とする。以下では、簡単のため $T = 2$ として議論を行う。経済モデルのモデリングにおける観測できない異質性の重要性は広く認識されており、誤差項と説明変数が非分離的なモデルはそのような観測できない異質性の影響を捉えたモデルとなっている。

本研究では、 $g_t(x, u)$ が u について単調増加で U_t の条件付き分布が時間を通じて変化せず (X_1, X_2) のサポートが適当な条件を満たすとき、 $g_t(x, u)$ がノンパラメトリックに識別できることを示した。多くのパネルデータを用いた非分離的モデルの識別には、 g_t が時間を通じて変化しないことと、 $X_1 = X_2$ である個人、"stayers"、の存在を必要としている。本研究では、 g_t が t に任意に依存することを許しており、"stayers"の存在も必要としていない。この研究の識別のアプローチは U_t の定常性、 $U_1|\mathbf{X} = \mathbf{x} \sim U_2|\mathbf{X} = \mathbf{x}$ 、に基づいており、Hoderlein and White (2012)、Chernozhukov et al. (2015)等でもこの仮定を用いている。

さらに、本研究では、Torgovitsky (2017)にならい、パラメトリックな仮定の下で、この定常性の仮定に基づいた推定量を提案した。具体的には、 $Y_t = g_t(X_t, U_t; \theta_0)$ とモデル化する。このとき、

$$D_\theta(v) = E[(\mathbf{1}\{Y_1 \leq g_1(X_1, v_u; \theta)\} - \mathbf{1}\{Y_2 \leq g_2(X_2, v_u; \theta)\})\mathbf{1}\{\mathbf{X} \leq v_x\}]$$

と定義すると、適当な仮定の下で、 $D_\theta(v) = 0$ が任意の v について成り立つことと $\theta = \theta_0$ が同値であることを示すことができる。したがって、本研究では、適当な確率測度 μ に関する L_2 ノルム $\|\cdot\|_\mu$ と $D_\theta(v)$ の適当な推定量 $\hat{D}_\theta(v)$ を用いて、次のような推定量 $\hat{\theta}_n$ を提案した。

$$\hat{\theta}_n = \arg \min_{\theta \in \Theta} \|\hat{D}_\theta\|_\mu$$

また、この推定量が一致性と漸近正規性を持つことを示した。

[参考文献]

Chernozhukov, V., Fernandez-Val, I., Hoderlein, S., Holzmann, H., & Newey, W. (2015). Nonparametric identification in panels using quantiles. *Journal of Econometrics*, 188(2), 378-392.

Hoderlein, S., & White, H. (2012). Nonparametric identification in nonseparable panel data models with generalized fixed effects. *Journal of Econometrics*, 168(2), 300-314.

Torgovitsky, A. (2017). Minimum distance from independence estimation of nonseparable instrumental variables models. *Journal of Econometrics*.