Covariate balancingに基づいた
一般的な処置割付における因果効果の推定法

協和発酵キリン株式会社　折原隼一郎　　大阪大・基礎工　濵田悦生

1．導入

ある現象の因果関係を定量的に測ることは，自然科学だけに及ばず社会科学や経済学にとっても重要な課題であるが，その現象の「原因」と「結果」の間には，必ずと言っていいほどその関係性を阻害する変数が存在し，それを共変量 (もしくは交絡変数) と呼び $X_i \in \mathbb{R}^p$ で定義する．

共変量の影響を取り除き真の因果効果を推定する手法のうち，特に 2 値割付の状況における因果効果の推定法は非常に多く研究されているが，より一般的な処置割付に対応するものはあまり研究されていない．

2．Covariate balancingに基づいた因果効果の推定法

処置割付の従う確率変数を $T_i \in \mathcal{T} \subset \mathbb{R}$ で定義する．本発表では，反応変量に対して以下の線形モデル

$$y_i = \beta_0 + \tau_i^\top \boldsymbol{\beta}_\tau + s(x_i) + \varepsilon_i,\, \mathrm{E}[\varepsilon_i] = 0,\, V(\varepsilon_i) = \sigma^2 < \infty$$

を仮定して議論する．ここで $\tau_i^\top = (t_i,\, t_i^2,\, \ldots,\, t_i^k)$ である．また $s(x_i)$ は可測な関数であり，$\varepsilon_i \perp\!\!\!\perp (T_i,\, X_i)$ を仮定する．このとき弱非交絡 (Hirano and Imbens, 2004) を仮定することにより

$$\mathrm{E}[Y(t)] = \beta_0 + \tau^\top \boldsymbol{\beta}_\tau + \mathrm{E}[s(X)] \tag{1}$$

となり，(1) 式を用いて相対的な因果効果が定義される (Hirano and Imbens, 2004)．(1) 式を推定する上で推定する必要のあるパラメータは，β_0，$\boldsymbol{\beta}_\tau$，$\mathrm{E}[s(X)]$ であり，これらを推定すべきパラメータと呼ぶ．

推定すべきパラメータを推定する上で，以下の制約式

$$\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \zeta_i = 1 \tag{2}$$

$$\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \zeta_i T_i^j = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} T_i^j,\, j = 1,\, 2,\, \ldots,\, 2k \tag{3}$$

$$\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \zeta_i \boldsymbol{\xi}_1(X_i) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{\xi}_1(X_i) \tag{4}$$

$$\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \zeta_i T_i^j \boldsymbol{\xi}_2(X_i) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} T_i^j \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{\xi}_2(X_i), \quad j = 1,\, 2,\, \ldots,\, k \tag{5}$$

$$\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \zeta_i \frac{1}{\hat{w}_i(\hat{\boldsymbol{\eta}})} = \frac{1}{\hat{\vartheta}} \quad (\hat{\boldsymbol{\eta}}\text{ は }\boldsymbol{\eta}\text{ の MLE}), \tag{6}$$

を満たす ζ_i を推定することを考える．ここで $\hat{w}_i(\hat{\boldsymbol{\eta}}) = \frac{\frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n} f_{T|X}(t_i|x_j;\hat{\boldsymbol{\eta}})}{f_{T|X}(t_i|x_i;\hat{\boldsymbol{\eta}})}$，$\hat{\vartheta} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \hat{w}_i(\hat{\boldsymbol{\eta}})$ である．

(2)-(6) 式で表されるの制約式のことを covariate balancing の条件式と呼び，Fong and Imai, 2014 の制約式を拡張したものである。この条件式を満たすように推定された $\hat{\zeta}_i$ を用いた，推定すべきパラメータの推定量が multiple robustness を持つことを理論的・数値的に示していく．

3．参考文献

Fong, C., and Imai, K. (2014). Covariate balancing propensity score for general treatment regimes. *Princeton Manuscript.*

Hirano, K., and Imbens, G. W. (2004). The propensity score with continuous treatments. 73–84. in *Applied Bayesian modeling and causal inference from incomplete-data perspectives*, edited by A.Gelman and X.Meng, Wiley.

折原隼一郎 (2017). Covariate balancing に基づいた因果効果の推定法とその数値検証．大阪大学修士論文．