

不等間隔地点に於ける空間回帰モデルに対する 順位推定量の漸近的性質

東京大学・経済 山田 英夏

1 はじめに

不等間隔地点上に空間データが存在する場合に於いて、空間回帰モデルに対する順位推定量の漸近的性質を考える。空間的状况では、標本が規則的な格子点にある場合だけでなく、不等間隔地点上の場合についても考慮することが重要である。本研究では、このような点を念頭に、従属性を伴う空間データについての、非正規性のもとでの推定量の頑健性について考える。特に、裾の厚い分布などの非正規な分布に対して頑健的であることが期待される推定量の一つに、標本の順位にもとづいて構成される順位推定量がある。回帰モデルに於いて、順位推定量の漸近的性質は、誤差項が独立同一分布に従う場合に、Jurečková (1969) によって調べられた。さらに、強ミキシング過程の場合には、Koul (1977) が、その性質を求めている。ここでは、Koul (1977) の結果をもとに、誤差項が強ミキシング確率場の空間回帰モデルに対して、データが規則格子点上にある場合に加えて、不等間隔地点上の場合についても、その漸近的性質を調べる。

2 モデルと推定量の漸近的性質

空間回帰モデル $Z(\mathbf{s}) = \Delta x(\mathbf{s}) + \varepsilon(\mathbf{s})$, $\mathbf{s} \in \mathbb{R}^d$ に於いて、誤差項が強ミキシング確率場であり、分布は正規とは限らないとする時、パラメータ $\Delta \in \mathbb{R}$ に対する順位推定量 $\hat{\Delta}_R$ を、線型順位統計量

$$S_x(\Delta) = \sum_{i=1}^{N_n} (x(\mathbf{s}_i) - \bar{x}) \phi \left(\frac{R_{i\Delta}}{N_n + 1} \right)$$

によって、 $\hat{\Delta}_R \in \arg \min_{\Delta \in \mathbb{R}} |S_x(\Delta)|$ として定義する。ここで、サンプル数 N_n , $n \in \mathbb{N}$ に対して、 $R_{i\Delta} = \sum_{j=1}^{N_n} \mathbb{I}\{Z(\mathbf{s}_j) - \Delta x(\mathbf{s}_j) \leq Z(\mathbf{s}_i) - \Delta x(\mathbf{s}_i)\}$, $i = 1, \dots, N_n$ は順位、 $\bar{x} = 1/N_n \sum_{j=1}^{N_n} x(\mathbf{s}_j)$ は標本平均、 ϕ はスコア関数である。特に、不等間隔地点の場合は $N_n \equiv n$ である。

この順位推定量の漸近的性質を考える。まず、規則格子点の場合と不等間隔地点の場合の両方について、漸近分布を導出する。どちらの場合も、空間的な漸近構造としては、Lahiri (2003) による純粹増大領域漸近論の枠組みを用いる。導出には、線型順位統計量の漸近一様線型性が必要である。さらに、得られた漸近分散をもとに、Grenander 条件に関する量に着目して、特定の状況のもとで、順位推定量の最小二乗推定量に対する漸近相対効率の表現を与える。これをもとに、漸近相対効率を尺度として、数値実験の結果と共に、推定量の頑健性について考察する。

参考文献

- Jurečková, J. (1969), “Asymptotic linearity of rank statistics in regression parameter,” *Annals of Mathematical Statistics*, 40, 1889–1900.
- Koul, H. L. (1977), “Behavior of robust estimators in the regression model with dependent errors,” *Annals of Statistics*, 5, 681–699.
- Lahiri, S. N. (2003), “Central limit theorems for weighted sums of a spatial process under a class of stochastic and fixed designs,” *Sankhyā Ser. A*, 65, 356–388.