

yuima におけるモデル評価基準

九大数理 江口 翔一

候補モデルとして確率微分方程式を扱うモデル選択に対して、エルゴード拡散過程における AIC 型情報量規準 (CIC, [2]) や LAQ モデルにおける Schwarz 型情報量規準 (BIC, quasi-BIC, [1]) の導出など様々な理論的研究が行われている。これらの研究をもとに、確率微分方程式における情報量規準を計算するための関数を作成し、R 言語の yuima パッケージへ実装を行なった。yuima とは、発展途上である確率微分方程式におけるシミュレーションや推定を可能とするパッケージである。本発表では、実装した関数に含まれる情報量規準の概説を行うとともに、数値実験例を交えて関数の仕様について説明する。

モデル評価の対象として、次の d 次元確率微分方程式モデルを考える。

$$dX_t = a(X_t, \alpha)dw_t + b(X_t, \beta)dt, \quad t \in [0, T_n]. \quad (1)$$

a は $\mathbb{R}^d \times \Theta_\alpha$ 上の $\mathbb{R}^d \otimes \mathbb{R}^r$ -値関数、 b は $\mathbb{R}^d \times \Theta_\beta$ 上の \mathbb{R}^d -値関数、 $\theta = (\alpha, \beta) \in \Theta_\alpha \times \Theta_\beta \subset \mathbb{R}^{p_\alpha} \times \mathbb{R}^{p_\beta}$ 、 w は r -次元標準 Wiener 過程である。また、データは離散観測であり、 $\mathbf{X}_n = (X_{t_j})_{j=0}^n$ とする。ここで、正数列 h_n について、 $t_j = t_j^n := jh_n$ であり、 $T_n = nh_n \rightarrow \infty$ 、 $nh_n^2 \rightarrow \infty$ を満たす。このとき、局所正規近似に基づき、疑似対数尤度を

$$\mathbb{H}_n(\theta) = -\frac{1}{2} \sum_{j=1}^n \left\{ \log(2\pi h_n)^d |a(X_{t_{j-1}}, \alpha)^{\otimes 2}| + \frac{1}{h_n} \{a(X_{t_{j-1}}, \alpha)^{\otimes 2}\}^{-1} [(\Delta_j X - h_n b(X_{t_{j-1}}, \beta))^{\otimes 2}] \right\}$$

と定義する。ただし、 $\Delta_j X = X_{t_j} - X_{t_{j-1}}$ である。この疑似対数尤度と疑似最尤推定量 $\hat{\theta}_n \in \operatorname{argmax} \mathbb{H}_n(\theta)$ を用いて、情報量規準 quasi-BIC や BIC, CIC はそれぞれ以下の形で与えられる：

$$\text{QBIC}_n = -2\mathbb{H}_n(\hat{\theta}_n) + \log \left| -\partial_\alpha^2 \mathbb{H}_n(\hat{\theta}_n) \right| + \log \left| -\partial_\beta^2 \mathbb{H}_n(\hat{\theta}_n) \right|,$$

$$\text{BIC}_n = -2\mathbb{H}_n(\hat{\theta}_n) + p_\alpha \log n + p_\beta \log T_n,$$

$$\text{CIC}_n = -2\mathbb{H}_n(\hat{\theta}_n) + 2(p_\alpha + p_\beta).$$

上記の情報量規準の値と疑似最尤推定量を返り値として持つ関数 “IC” を作成し、R パッケージ yuima へ実装を行なった。yuima の下で、(1) のようなモデルの情報 (拡散項 a , ドリフト項 b , T_n など) を含むオブジェクトを生成することが可能であり、このオブジェクトを利用することにより関数 IC の計算が行われる。

参考文献

- [1] Eguchi, S. and Masuda, H. (2016). Schwarz type model comparison for LAQ models. arXiv:1606.01627.v2 (to appear in *Bernoulli*)
- [2] Uchida, M. (2010). Contrast-based information criterion for ergodic diffusion processes from discrete observations. *Ann. Inst. Statist. Math.* 62, 161–187.