

マーク付き多次元 Hawkes 過程によるシステムリスク評価

慶應義塾大学理工学研究科 泉澤 佑
慶應義塾大学理工学部 白石 博

研究の概要

近年、システムリスクと呼ばれる個別の金融機関のショックが金融システム全体の危機を引き起こすリスクの顕在化が憂慮されている。システムリスクの重要な要素の一つとして金融危機の伝播・波及というメカニズムがある。金融システム全体の安定性を脅かすようなショックの波及の評価は、システムリスク研究において重視される。しかし、個々の金融機関でのショックの波及のしやすさ、およびその波及の経路を判断することは困難が生じる。これは波及が取引ネットワークの複雑化、レバレッジなど様々な要因によることに起因し、システムリスクを評価する際の問題となる。

システムリスクを定量化するため、金融機関の関連性を取引などでモデル化するなどの研究が行われてきた。^[2] ではショック発生時の悪影響の程度を取引などからモデル化することでシステムリスクを定量化している。しかしながらこのモデルは悪影響をもたらす直接的、間接的な金融システムの状態・要因全てを捉えられていない。本研究では Hawkes 過程を利用して実経済上に現れる損失発生の波及をモデル化する。これによりショックの伝播を実経済上に現れる損失の動きから直接、波及経路や波及のしやすさを読み取り、システムリスクを評価する。

手法及び結果

具体的な評価の手法として Hawkes 過程を利用して実経済上の損失発生の波及をモデル化する。Hawkes 過程は点過程モデルの一種で強度パラメータ $\Lambda(t)$ を式 (1) のように定義することで得られる。

$$\Lambda(t) := \eta + \int_{-\infty}^t H(t-s)N(ds), \quad t \in \mathbb{R}. \quad (1)$$

強度パラメータの第一項 η は過去のイベントによるないイベントの発生しやすさを表す。第 2 項の H は各成分に閾数が入った閾数行列で、過去発生したイベントの現時点でのイベント発生への影響の大きさを表している。このように定義される Hawkes 過程を、実経済上に現れる損失の波及モデルとし、そしてその可視化である Hawkes グラフ、及びマーク

付け損失の大きさを考慮した定量化を行うことによりシステムリスクを評価する。

Hawkes グラフは^[1] で提案された Hawkes 過程の波及を可視化したもので例えば図 1 のような形で金融システムでのショックの波及を見る事ができる。有向辺の有無は波及の有無を表し、頂点や辺の大きさ・太さは η, H に依存してイベント発生のしやすさ、影響の大きさ表す。また、金融システム全体の波及による金融機関・指標 i の損失 L_i を

$$L_i = \sum_{j=1}^{N_i} X_{ij} - \sum_{j=1}^{N'_i} X_{ij},$$

$$\begin{aligned} N_i &: i \text{ の損失の発生回数} \\ N'_i &: i \text{ の波及のない損失の発生回数} \\ \{X_{ij}\}_{i=1,j=1}^{d,\infty} &: i \text{ の } j \text{ 回目の損失の大きさ} \end{aligned}$$

として定義する。このように定義された損失にリスク尺度を適用し、波及による損失リスクの定量化を行った。このモデルを金融機関・指標に適用することで、金融システムの脆弱性によるリスクを評価する。実際の金融市場のデータを解析した詳細な結果については当日報告する。

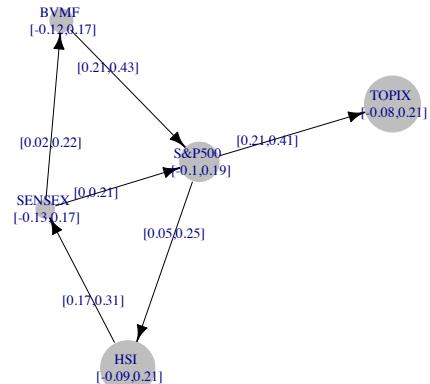


図 1 Hawkes グラフ

参考文献

- [1] Embrechts, Paul, and Matthias Kirchner. "Hawkes graphs." arXiv preprint arXiv:1601.01879 (2016).
- [2] Adrian, Tobias, and Markus K. Brunnermeier. "CoVaR." The American Economic Review 106.7 (2016): 1705-1741.