微調整係数を不要とする飛躍付き拡散過程の推定

九大数理　上原 悠槙
九大数理　増田 弘毅

確率微分方程式に基づくモデリングにより, 観測頻度に連動したデータの統計解析が可能となる．近年その高頻度化が著しい金融データや信号データといった時系列データにおいては, 古くから突発的ジャンプ (非正規挙動) の存在が指摘されており, この場合連続なパスを持つ拡散過程にジャンプ過程を加えた飛躍付き拡散過程が一つの有力な表現モデルとなる．

以下の 1 次元飛躍付き拡散過程の推定問題を考える．

$$dX_t = a(X_t, \alpha)dt + b(X_t, \beta)dw_t + c(X_{t-})dN_t. \tag{0.1}$$

ここで係数 $a : \mathbb{R} \times \Theta_\alpha \mapsto \mathbb{R}$ と $b : \mathbb{R} \times \Theta_\beta \mapsto \mathbb{R}$, $c : \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$ は有限次元未知パラメータ $\theta := (\alpha, \beta) \in \Theta := \Theta_\alpha \times \Theta_\beta$ を除いて既知であり, また w, N はそれぞれ標準 Wiener 過程と適当な条件をみたす純粋ジャンプ過程とする．観測データとして解過程 X からの高頻度離散観測 $\{X_{t_j^n}\}_{j\in\{1,\ldots,n\}}$ を想定する．ただし $t_j^n := jh_n$, $h_n \to 0$ とする．

代表的な飛躍付き拡散過程の推定手法として, 閾値推定法が挙げられる ([2], [4])．この手法は, 観測データの変動 $\{X_{t_j^n} - X_{t_{j-1}^n}\}_{j\in\{1,\ldots,n\}}$ 内の突発的ジャンプの有無を判定する閾値を用いて, ジャンプの検出と連続要素のパラメータ θ の推定を個別に行うことを可能とする．しかしながら, この手法は閾値の設定次第で解析結果が大きく異なり得るという問題があり, 漸近論の範疇では適切な解を得ることは困難とされる [3].

本発表では, [1] による自己正規化残差を用いた Jarque-Bera 型の検定を応用することで, 閾値の設定を要さないジャンプ検出法とそれによる連続要素の推定精度向上を実現する新たな実用的手法を提案する．ジャンプ検出・除去はデータセットの前処理としても機能し, 検出された最小のジャンプサイズは新たなデータに対する閾値設定の一つの指針ともなる．また, 本手法が観測終点 $T_n = nh_n$ が固定 (非エルゴード的状況) , 発散 (エルゴード的状況) のどちらにも有効であることを数値実験例を交えて示す予定である．

[1] H. Masuda. Asymptotics for functionals of self-normalized residuals of discretely observed stochastic processes. *Stochastic Process. Appl.*, 123(7):2752–2778, 2013.

[2] T. Ogihara and N. Yoshida. Quasi-likelihood analysis for the stochastic differential equation with jumps. *Stat. Inference Stoch. Process.*, 14(3):189–229, 2011.

[3] Y. Shimizu. Threshold estimation for jump-type stochastic processes from discrete observations. *Proc. Inst. Statist. Math.*, 57(1):97–118, 2009.

[4] Y. Shimizu and N. Yoshida. Estimation of parameters for diffusion processes with jumps from discrete observations. *Stat. Inference Stoch. Process.*, 9(3):227–277, 2006.