

多群ポアソンモデルにおける順序制約がある場合の すべての母数相違に対する多重比較法

南山大学理工学研究科 野澤 慎
南山大学理工学部 白石高章

1. はじめに

k 標本正規分布モデルにおける平均母数に順序制約がある場合に, Hayter[3] は $k(k-1)/2$ 個の 2 標本の t 検定統計量の最大値の分布を基にすべての平均相違に対するシングルステップの多重比較検定法を提案した. その場合, 標本サイズが等しいという条件が必要である. 白石 [1] は Hayter[3] のシングルステップ法を優越する閉検定手順を提案した. 本発表では, 母数に順序制約がある場合の k 標本ポアソンモデルを考える. このポアソンモデルにおいて Hayter[3] に類似のシングルステップ法を提案する. さらに, 白石 [1] に類似の閉検定手順を提案することができる. これらの方法では, 標本サイズが等しいという条件が必要である. 新たに, 線形の統計量を基にした閉検定手順を提案する. 提案した方法では, 標本サイズが不揃いの場合でも適用可能な方法となる. これらの多重比較検定法の検出力をシミュレーションにより比較する. さらに, 同時信頼区間についても論じる.

2. モデルの設定

$(X_{i1}, X_{i2}, \dots, X_{in_i})$ を平均 μ_i のポアソン分布に従う第 i 標本とする. このとき, $E(X_{ij}) = V(X_{ij}) = \mu_i$ である. また, すべての X_{ij} ($i = 1, \dots, k, j = 1, \dots, n_i$) は互いに独立であると仮定する. $\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_k$ はすべて未知母数とし, $\mu_1 \leq \mu_2 \leq \dots \leq \mu_k$ の制約を置く. さらに, 正則条件 $\lim_{n \rightarrow \infty} n_i/n = \lambda_i > 0$ ($i = 1, \dots, k$) を仮定する.

3. シングルステップ法

$T_{i'i} \equiv 2(\hat{\sigma}_{i'} - \hat{\sigma}_i) / \sqrt{2/n_i}$ ($1 \leq i < i' \leq k$) とおく. ただし, $\hat{\sigma}_i \equiv \sqrt{\bar{X}_i}, \sqrt{\bar{X}_i + 3/8n_i}, (\sqrt{\bar{X}_i + 1/n_i} + \sqrt{\bar{X}_i})/2$ とし, $\bar{X}_i \equiv \sum_{j=1}^{n_i} X_{ij}/n_i$ とする. $C(t) \equiv P(\max_{1 \leq i < i' \leq k} (Y_{i'} - Y_i)/\sqrt{2k} \leq t)$ とし, $C(t) = 1 - \alpha$ を満たす t を $c(k; \alpha)$ とする. ただし, $Y_i \sim N(0, 1/\lambda_i)$ である. $\left\{ \text{帰無仮説 } H_{(i,i')} : \mu_i = \mu_{i'} \text{ vs. 対立仮説 } H_{(i,i')}^A : \mu_i < \mu_{i'} \mid 1 \leq i < i' \leq k \right\}$ に対する水準 α の漸近的な多重比較検定法は, $T_{i'i} > c(k; \alpha)$ となる (i, i') に対して $H_{(i,i')}$ を棄却することである. この場合, $n_1 = n_2 = \dots = n_k$ の条件が必要である.

参考文献

- [1] 白石高章: 「多群連続モデルにおける位置母数に順序制約のある場合の閉検定手順」, 日本統計学会誌, 第 43 巻, 第 2 号, 215~245 頁, (2014).
- [2] Taka-aki Shiraishi, "Multiple comparison procedures for poisson parameters in multi-sample models", *Behaviormetrika*, Vol.39, p.167-182, (2012).
- [3] Hayter, A. J., "A one-sided Studentized range test for testing against a simple ordered alternative", *J. Amer. Statist. Assoc.*, Vol.85, p.778-785, (1990).