

経験類似度に基づくボラティリティの推定と予測

関西学院大学 理工 森本 孝之
統計数理研究所 川崎 能典

事例ベース意思決定理論に基礎を置いた経験類似度 (Empirical Similarity) の概念 (Gilboa et al., 2006 および Gilboa et al., 2011) を適用することにより, 異なるモデルから生じるボラティリティ予測値を結合する. 経験類似度の枠組みでは, 意思決定者が予測モデルや予測値の尤もらしさに関する確率評価を行わずに, 専ら類似性のみに依拠して将来を予測することができる. 具体的には, 過去のモデル予測値と対応するボラティリティの実現値との距離を定量化することによって, 予測の組合せの重みを決定する. 本報告では, Golosnoy et al. (2014) により提案された経験類似度によるモデル組合せ手法に基づき, 経験類似度モデルから得られたボラティリティの予測値とその他時系列モデルの予測値とを実証的に比較する. モデルの予測力比較については, Hansen et al. (2011) が提案した誤差関数に基づくモデル信頼集合 (Model Confidence Set) を用いることにより, 複数の銘柄と推定予測期間におけるモデルの予測力を順位付けし, 最良モデルの累積頻度を分析し評価する.

経験類似度

類似度関数 $s: \mathbb{R}^d \times \mathbb{R}^d \rightarrow \mathbb{R}_{++} = (0, \infty)$ を仮定し, データベース $(x_i, y_i)_{i \leq n}$ と新しいデータ点 $x_t = (x_t^1, \dots, x_t^d) \in \mathbb{R}^d$ が与えられたならば, y_t の類似度予測子は

$$y_t^s = \frac{\sum_{i < t} s(x_i, x_t) y_i}{\sum_{i < t} s(x_i, x_t)}$$

と定式化できる. 類似度関数 s については, いくつかの弱い仮定を満たすならば (Lieberman, 2010), 任意の関数形で表すことが可能である. 上式は, 次のような統計モデル

$$y_t = \frac{\sum_{i < t} s(x_i, x_t) y_i}{\sum_{i < t} s(x_i, x_t)} + \varepsilon_t, \quad \varepsilon_t \sim \text{i.i.d. } (0, \sigma^2)$$

に組み込むことにより, ある種の因果モデルとして解釈することができる.

参考文献

- [1] Gilboa, I., Lieberman, O. and Schmeidler, D. (2006). Empirical similarity. *Review of Economics and Statistics*, **88**, 433–444.
- [2] Gilboa, I., Lieberman, O. and Schmeidler, D. (2011). A similarity-based approach to prediction. *Journal of Econometrics*, **162**, 124–131.
- [3] Golosnoy, V., Hamid, A. and Okhrin, Y. (2014). The empirical similarity approach for volatility prediction. *Journal of Banking & Finance*, **40**, 321–329.
- [4] Hansen, P. R., Lunde, A. and Nason, J. M. (2011). The model confidence set. *Econometrica*, **79**, 453–497.
- [5] Lieberman, O. (2010). Asymptotic theory for empirical similarity models. *Econometric Theory* **26**, 1032–1059.