

アクチュアリアル・サイエンスとベイズ統計学

慶應義塾大学 総合政策学部 小暮 厚之

アクチュアリアル・サイエンスの泰斗として著名な Stuart Klugman は、ベイズ法の最も大きな利点として、モデルに依存しない事、また点推定と同様な容易さで区間推定が得られる事を指摘している (Klugman, 1992). ベイズ法の原理は極めて単純である。モデルが何であれ、ベイズの定理という基本的な確率規則を用いて、尤度と事前分布から事後分布を求めるだけである。もしも特定のパラメータに関する区間推定を行いたいのであれば、そのパラメータの周辺事後分布を計算すればよい。

かつては異端視されていたベイズ統計学は、MCMC 法などの計算技術の発展に伴って実践性を増し、今や多様な分野においてデータ分析の重要な担い手となっている。Klugman は、アクチュアリアル・サイエンスにおいて最も成功しているベイズ法の応用として、「信頼性理論」と「モデルに基づく予測」の二つの問題を挙げている。本報告では、「長寿リスク」というテーマを取り上げ、後者の問題について議論する。

近年我が国をはじめ多くの国々において、死亡率の低下が観察されている。しかし、この死亡率低下の傾向は確率的であり、いわゆる長寿リスクを生んでいる。このような観察死亡率のダイナミックな変動を記述するために、Lee-Carter モデルや CBD モデルなど様々な確率的死亡率モデルが提案されている。これらのモデルを用いて予測を行う場合、3種類の不確実性が存在する。第一は、所与のモデルの確率的性質に拠る不確実性（プロセスリスク）、次にモデルのパラメータの値が未知であるという不確実性（パラメータ不確実性）、そして未知の要因がどのモデルに従うか分からないという不確実性（モデル不確実性）である。本報告では、パラメータ不確実性に加えモデル不確実性を考慮した新たなベイズ法による死亡率の予測とその長寿リスク分析への応用を議論する。具体的には、以下の論点について報告する予定である。

- ベイズ予測分布による死亡率予測

確率的死亡率モデルは一般に多くのパラメータを持ち、パラメータ不確実性の無視は長寿リスクの過少評価につながる。ベイズ予測分布を用いることにより、パラメータ不確実性を考慮した予測がいかにも実現されるかを議論する。

- モデル統合による死亡率予測

パラメータ不確実性に対して、モデル不確実性に対する問題意識は薄く、モデルがいったん選択されると、そのモデルを条件として固定したまま予測を行う場合が多い。ベイズ法によるモデル統合により、モデル不確実性を考慮した予測がいかにも可能となるかを議論する。

- ベイズ予測分布のリスク中立化

長寿リスクをヘッジする証券化商品の評価において、従来はプロセスリスクのみを扱うことが多かった。ベイズ法に基づいてパラメータ不確実性を考慮するアプローチとして、Kogure and Kurachi (2010) 及び Kogure, Li and Kamiya (2014) は、ベイズ予測分布のリスク中立化を提案している。このようなアプローチのモデル不確実性に対する拡張を議論する。

参考文献

- [1] Klugman, S. A. (1992), *Bayesian Statistics in Actuarial Science with Emphasis on Credibility*, Kluwer Academic Publishers.
- [2] Kogure, A, and Kurachi, Y. (2010) "A Bayesian approach to pricing longevity risk based on risk neutral predictive distributions," *Insurance: Mathematics and Economics*, 46, 162-172.
- [3] Kogure, A., Li, J. and Kamiya, S. (2014) "A Bayesian Multivariate Risk-neutral Method for Pricing Reverse Mortgages", *North American Actuarial Journal* 18, 242-257.