非逐次モデルの識別性について

大阪大・院・基礎工　　長瀬　真利雄
大阪大・基礎工　　狩野　裕

Nonrecursive model(非逐次モデル) とは、図 1 の y_1, y_2 間にあるような双方向の因果関係を想定したモデルである。特に社会科学などの分野における現象分析においては、双方向因果を想定したほうが適切な場合も多いが、パラメーターの識別可能条件が不明瞭であることや解釈そのものが難しいなどの理由から、現状においてはあまり積極的な活用は見受けられない。

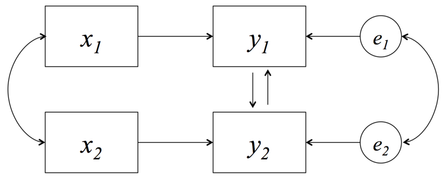

図 1　Nonrecursive Model

識別性に関しては、一般に図 1 における x_1, x_2 のようなある条件を満たす道具的変数を導入した場合に Nonrecursive model は識別性を持つことが知られているが、何故このモデルが識別性を持ち、また、どのような場合に識別性を持たないのかなど、これまで当該モデルの識別条件についての検討が十分に系統立てて行われていない。

Nonrecursive model は Structural Equation Model の 1 種であり、$\boldsymbol{y} = \boldsymbol{B}\boldsymbol{y} + \boldsymbol{\Gamma}\boldsymbol{x} + \boldsymbol{\zeta}$ と表すことができる。式 (1) のように、$\boldsymbol{\Psi}$ を誤差の分散共分散行列として、パラメーター $\boldsymbol{\theta} = \{\boldsymbol{B}, \boldsymbol{\Gamma}, \boldsymbol{\Psi}\}$ で表現された分散共分散行列 $\boldsymbol{\Sigma}(\boldsymbol{\theta})$ について、識別性の定義は $\boldsymbol{\Sigma}(\boldsymbol{\theta}) = \boldsymbol{\Sigma}(\boldsymbol{\theta}^*) \Rightarrow \boldsymbol{\theta} = \boldsymbol{\theta}^*$ となる。代数的に次数の低い $p = 2$ などの単純なモデルから検討を始め、高次の場合を含む一般的な場合の識別可能条件を整理することで、$\boldsymbol{\Gamma}$ に一定の構造があれば識別性が確保されることがわかった（詳細は当日示す。)。

$$\boldsymbol{\Sigma}(\boldsymbol{\theta}) = \begin{bmatrix} (\boldsymbol{I}-\boldsymbol{B})^{-1}\{\boldsymbol{\Gamma}\boldsymbol{\Phi}\boldsymbol{\Gamma}' + \boldsymbol{\Psi}\}(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{B})^{-1'} & (\boldsymbol{I}-\boldsymbol{B})^{-1}\boldsymbol{\Gamma}\boldsymbol{\Phi} \\ \boldsymbol{\Phi}\boldsymbol{\Gamma}'(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{B})^{-1'} & \boldsymbol{\Phi} \end{bmatrix} \tag{1}$$

その識別条件を前提とした場合に、現実的に適用しうる現象分析モデルやその他の応用可能性についても合わせて検討する。また、ソーシャルネットワーク分析などの分野で適用が多く見られるネットワーク自己相関モデルを用いた対象間の関係推定 (樋口 2005) に関しても同様の観点から検討を行う。

また、パラメーターの解釈に関しては、盛山 (1986) の差分方程式を用いた「隣接する 2 時点間の関係を表現していると同時に、収束値における関係を表現している。」とするものが合理的であるが、道具的変数の設定や適用するデータの条件などの検討にあたって重要な概念であるため、盛山 (1986) で触れられている各種問題点を含めて、改めて整理する。

Pamela M.Paxton et.al, NONRECURSIVE MODELS Endogeneity, Reciprocal relationships, and Feedback Loops, SAGE, 2011.
Kenneth A. Bollen,"Structual equations with latent variables" Wiley, 1989.
盛山和夫,「社会学における因果の問題（パスモデルにおける loop をめぐって）」, 行動計量学 14 巻 1 号 (通巻 26 号), 1986.
樋口洋一郎,「パネル・ネットワーク自己相関モデルにおける関係行列の直接推定:属性情報から関係情報を導出する」, 東京工業大学 Discussion Paper 0501, 2005.
長瀬真利雄,「ネットワーク自己相関モデルにおける Weight Matrix (W) の直接推定」, 筑波大学修士論文, 2015.