累積暴露量モデルによる寿命分布の時間尺度の構築とその近似

電気通信大　情報理工　山本　渉

故障時に複数の時間変数の候補が観測されるとき、それらの中から一つの時間尺度を選ぶか、または合成して時間尺度を作る必要が生じる。そのためのモデルのひとつに累積暴露量モデルがある。これは継続的な状態監視が行えていて、対象の状態が時系列データとして得られている単調非減少の変数が幾つかあるときに、変数の合成を検討する有用なモデルである。それを本発表では実際のデータを対象に、累積暴露量モデルを適用し、その際に生じた計算量の問題に対して、近似モデルを導入して軽減することを検討する。

まずシステムの寿命を加速または減速させる条件が時系列データ $\boldsymbol{x}(t)$ として観測されているとする。そのサンプルパス $\mathcal{X} = \{\boldsymbol{x}(t)\,,\, t \in [0, \infty)\}$ 上での

$$U_C(t; \mathcal{X}) = \int_0^t \exp(\boldsymbol{\beta}' \boldsymbol{x}(s))\, ds \tag{1}$$

の積分量を累積暴露量と呼ぶ (Hong and Meeker, 2010, 2013)。累積暴露量 $U_C(T)$ が、サンプルパスを所与とした条件の下である確率分布 $F(u; \boldsymbol{\theta}|\mathcal{X})$ に従う、として寿命時間 T の確率分布をモデル化する。他に、共変量を直接積分した量

$$\boldsymbol{y}(t; \mathcal{X}) = \int_0^t \boldsymbol{x}(s)\, ds \tag{2}$$

を用いた時間尺度関数 (Duchesne and Lawless, 2000, 2002) も提案されており、典型的な関数は次の線形尺度関数 U_L と乗法尺度関数 ULM である。

$$U_L(t; \mathcal{X}) = \boldsymbol{\beta}' \int_0^t \boldsymbol{x}(s)\, ds \tag{3}$$

$$U_M(t; \mathcal{X}) = \exp\left(\boldsymbol{\beta}' \log \int_0^t \boldsymbol{x}(s)\, ds\right) \tag{4}$$

$\mathcal{X}$ の違いは故障時点 T における U の値にのみ影響を与え、U の分布は $\mathcal{X}$ には依らないという、なりより性 (Collapsibility, Oakes, 1995) の仮定の下で、ある確率分布に従う。これらの時間尺度の母数 $\boldsymbol{beta}$ は、確率分布 F を定めれば、最尤推定法が適用できる。また U_L および U_M については、F を定めずに $\boldsymbol{\beta}$ の推定を可能にする、セミパラメトリックな推定量が提案されている。ところで時間尺度に関する研究では、U_L が重み付き平均、U_M が重み付き幾何平均という解釈を持つように、ベクトルパラメータ $\boldsymbol{\beta}$ について、$\boldsymbol{1}'\boldsymbol{\beta} = 1$ と各成分が非負との制約が置かれてきた。しかし U_M はそのような制約を必要としないため本研究では、$\boldsymbol{\beta}$ の各成分が非負との制約は取り除く。U_L は $\boldsymbol{1}'\boldsymbol{\beta} = 1$ としないと、U の分布 F の尺度パラメータが定まらない。

本発表では

$$M_{\boldsymbol{X}}(t, \boldsymbol{\beta}) = \frac{1}{t} \int_0^t \exp(\boldsymbol{\beta}' \boldsymbol{x}(s))\, ds \tag{5}$$

という関数を考える。これは $t \to \infty$ のとき、共変量過程の周辺モーメント母関数に収束する。また $M_{\boldsymbol{X}}(\infty, \boldsymbol{\beta})$ の $\boldsymbol{\beta} = \boldsymbol{0}$ の周りでのテイラー展開は、この関数の近似を与える。この関係を利用して U_C、U_L、U_M の関係を調べていくと、U_L は U_C の一次近似との関係があることがわかった。また U_L と U_M の間の、互いに指数変換と対数変換となる関係は、U_C に対しては保持されないこともわかった。

参考文献

Duchesne, T., and Lawless, J. F. (2000). Alternative time scales and failure time models. *Lifetime Data Analysis*, 6, 157–179.

Duchesne, T., and Lawless, J. F. (2002). Semiparametric inference method for general time scale models. *Lifetime Data Analysis*, 8, 263–276.

Hong, Y., and Meeker, W. Q. (2010). Field-failure and warranty prediction based on auxiliary use-rate information. *Technometrics*, 52, 148–159.

Hong, Y., and Meeker, W. Q. (2013). Field-failure predictions based on failure-time data with dynamic covariate information. *Technometrics*, 55, 135–149.

Oakes, D. (1995). Multiple time scales in survival analysis. *Lifetime Data Analysis*, 1, 7-18.