

Asymptotic Properties of Difference-Based Estimation of Hemodynamic Response Function

国立研究開発法人 情報通信研究機構 脳情報通信融合研究センター 寺田 吉彦

fMRI は、刺激に対する脳の活動領域を同定するために、MRI の BOLD (blood oxygenation level-dependent) 効果を利用して、神経活動に伴う血流動態変化を非侵襲的に計測し画像化する方法である。そして、1つの刺激に対する MRI 信号の変化は、血流動態関数 (HRF) と呼ばれ、fMRI データ解析の中核を担う。一般に、fMRI データから各刺激に対応し有意に活動している脳領域を特定するため、1つの voxel の fMRI データ $y(t)$ は、 K 種類の刺激の時系列 $s_k(t)$ ($k = 1, \dots, K$), 刺激に対応した HRF $h_k(t)$ ($k = 1, \dots, K$), MRI 装置等の影響による緩やかな信号変化を表すドリフト項 $d(t)$, 誤差項 $\epsilon(t)$ を用いて、以下の畳み込みモデルによってモデル化される。

$$y(t) = \sum_{k=1}^K (s_k * h_k)(t) + d(t) + \epsilon(t)$$

ここで、 $s_k(t)$ は刺激 k を提示したタイミングで応答する dirac の delta 関数の重み付き和であり、 $s * h$ は s と h の畳み込みを表している。

SPM 等の fMRI データ解析の標準的なソフトウェアでは、ドリフト項は high-pass filter 等の前処理によって完全に切り除かれているという前提の下、HRF に決まった関数型 h を仮定し、刺激 k に対応する HRF を $h_k(t) = \beta_k h(t)$ ($\beta_k \in \mathbb{R}$) とモデル化し、誤差項にも正規性や独立性などの強い仮定を課している。そこで、Zhang et al. (2008) と Zhang and Yu (2008) では、HRF に対して、ある種の sparse 性 $\exists m \in \mathbb{N}; \forall t > t_m; h_k(t) = 0$ ($k = 1, \dots, K$) 以外に特定の関数型を仮定せず、局所線型平滑化回帰によって drift 項を扱うことで、弱い仮定の下で、HRF の推定と HRF に関する検定を行うことが可能な方法を提案している。一方で、Zhang et al. (2008) や Guo and Zhang (2015) では、誤差項の共分散行列の推定のために一階差分を用いた HRF の推定量を提案している。fMRI データは離散観測であるから、HRF の sparse 性の下で、畳み込みモデルは以下のように表現される。

$$\mathbf{y}_n := S\mathbf{h} + \mathbf{d}_n + \boldsymbol{\epsilon}_n = \sum_{k=1}^K S_k \mathbf{h}_k + \mathbf{d}_n + \boldsymbol{\epsilon}_n$$

ここで、 $\mathbf{y}_n := [y(t_1), \dots, y(t_n)]^T$, $\mathbf{d}_n := [d(t_1), \dots, d(t_n)]^T$, $\boldsymbol{\epsilon}_n := [\epsilon(t_1), \dots, \epsilon(t_n)]^T$, $S := [S_1, \dots, S_K]$, $S_k := (s_{ij}^{(k)})_{n \times m}$, $s_{ij}^{(k)} := s_k(t_i - t_j)$, $\mathbf{h} := [\mathbf{h}_1^T, \dots, \mathbf{h}_K^T]^T$, $\mathbf{h}_k := [h_k(0), \dots, h_k(t_m)]^T$ である。一階差分推定量は、一階差分を作用させる $(n-1) \times n$ 行列 D_1 を用いて、 $\hat{\mathbf{h}}_{\text{DBE}} := \{(D_1 S)^T (D_1 S)\}^{-1} (D_1 S)^T D_1 \mathbf{y}_n$ と定義されるシンプルな推定量であり、Zhang and Yu (2008) の方法のように、平滑化に関連するバンド幅の決定や誤差項の共分散行列の推定を必要としないが、これまでその性質は明らかにされていなかった。

本発表では、Zhang and Yu (2008) と同様の仮定の下で、シンプルな一階差分推定量が Zhang and Yu (2008) の推定量と同じく一貫性や漸近正規性を満たすことを示す。さらに、有意な活動領域を特定するための一階差分推定量に基づく新たな検定統計量を提案する。これにより、Zhang and Yu (2008) で提案されている HRF に関する検定と同様の検定が、よりシンプルに達成可能となる。

参考文献

- [1] Guo, X., and Zhang, C. (2015). Estimation of the error autocorrelation matrix in semiparametric model for fMRI data. *Statistica Sinica* **25** 475–498.
- [2] Zhang, C., Lu, Y., Johnstone, T., Oakes, T., and Davidson, R.J. (2008). Efficient modeling and inference for event-related fMRI data. *Computational Statistics & Data Analysis* **52** 4859–4871.
- [3] Zhang, C. and Yu, T. (2008). Semiparametric detection of significant activation for brain fMRI. *The Annals of Statistics* **36** 1693–1725.