多変量実現確率的ボラティリティモデルとレバレッジ効果について

関西学院大・理工　黒瀬 雄大
東京大・経済　大森 裕浩

代表的な金融時系列データである日次資産収益率のデータには、分散項の高（低）変動期間が持続するボラティリティ・クラスタリングの存在が実証分析により指摘されている。そうした性質をとらえるための、ボラティリティ (分散項) が時間変動する統計モデルとして GARCH モデルや確率的ボラティリティ (Stochastic Volatility, SV) モデルが一般的に知られている。後者の場合、y_t を時点 t における資産収益率、h_t をその対数分散項とおいて、

$$y_t = \exp(h_t/2)\epsilon_t, \tag{1}$$
$$h_{t+1} = \mu + \phi(h_t - \mu) + \eta_t, \tag{2}$$

とするのが最も基本的な形である。観測方程式 (1) と状態方程式 (2) の誤差項間に相関を考え、株式市場において日次の収益率と一期先分散項の間に観測される、レバレッジ効果といった非対称性をモデルに組み込むこともある。これを多変量に拡張する際には、実証分析により知られている資産収益率間の相関の時間変動を反映することが望ましい（Kurose and Omori (2015)）。

また一方、近年では金融市場における日中取引の高頻度データを用いて、モデルに依らずに関心のある潜在変数の推定量を構成する試みも盛んである。実現測度と呼ばれるこれらは、そのバイアスの存在と併せて研究が行われている。Takahashi et al (2009) は上述の一変量 SV モデルに、時点 t における資産収益率の対数分散項の実現測度 x_t の観測方程式

$$x_t = \xi + h_t + w_t, \tag{3}$$

を追加して拡張し、日次収益率と実現測度の同時モデリングによる分散項の推定を提案した。

本報告では、多変量確率的ボラティリティモデルをこれらを踏まえて拡張する。株価データに関して存在が知られている（交差）レバレッジ効果をモデルに組み込む際の問題点を検討し、シミュレーションによる数値実験および株価データによる実証結果について紹介する。

参考文献

[1] Kurose, Y. and Y. Omori, “Dynamic equicorrelation stochastic volatility,” *Computational Statistics & Data Analysis* , in press, 2015.

[2] Takahashi, M., T. Watanabe, and Y. Omori, “Estimating stochastic volatility models using daily returns and realized volatility simultaneously,” *Computational Statistics & Data Analysis 53*, 2404-2426, 2009.