

The extremogram and the cross-extremogram for a bivariate GARCH(1,1) process

Muneya Matsui 松井 宗也

Abstract

We derive asymptotic theory for the extremogram and cross-extremogram of a bivariate GARCH(1,1) process. We show that the tails of the components of a bivariate GARCH(1,1) process may exhibit power law behavior but, depending on the choice of the parameters, the tail indices of the components may differ. We apply the theory to 5-minute return data of stock prices and foreign exchange rates. We judge the fit of a bivariate GARCH(1,1) model by considering the sample extremogram and cross-extremogram of the residuals. The results are in agreement with the iid hypothesis of the two-dimensional innovations sequence. The cross-extremograms at lag zero have a value significantly distinct from zero. This fact points at some strong extremal dependence of the components of the innovations.

2次元 GARCH(1,1) 過程の (Cross)-Extremogram に関して漸近的な性質を導く。(Cross)-Extremogram は、定常な多次元時系列の各系列・各時点の分布の裾の依存関係を測る特性値である。まず 2次元 GARCH(1,1) 過程において、各次元の定常分布の裾確率がべき乗則に従い減衰するための条件を示す。(各次元で減衰速度が異なる場合も許容する。)そして、その減衰の速度はパラメータの選択に依存することも示される。このことを利用して 2次元 GARCH(1,1) 過程の (Cross)-Extremogram を解析すると、時間が経つにつれ、それは指数的に減衰すると分かる。つまり裾の依存関係はこの特性値でみると指数的に減衰する。(イメージは 2次元の自己相関関数) 応用として、株式と外国為替の 5 分刻みのリターン・データに 2次元 GARCH(1,1) 過程を当てはめる。そしてその当てはまり具合を、残差から計算される (Cross)-Extremogram から判断する。

References

- [1] Matsui, M. and Mikosch, T. (2015) The extremogram and the cross-extremogram for a bivariate GARCH(1,1) process. ArXiv:1505.05385.
- [2] DAVIS, R.A. AND MIKOSCH, T. (2009) The extremogram: a correlogram for extreme events. *Bernoulli* **15**, 977-1009.