

小地域推定における平均と分散の同時縮小推定法

東京大学・経済・院 玉江 大将
東京大学・経済 久保川 達也

- はじめに

政府の政策や企業の戦略などの意思決定は、データ収集によって得たサンプルをベースにした推定値に基づいて行われる。通常、標本数が十分確保されていれば推定値は信用できる値となるが、標本数が小さい場合に関しては極端な値をとる標本によって偏った値をとる可能性が高くなってしまう。これは小地域推定問題と呼ばれている。小地域推定問題に対しては、変量効果を組み込んだ混合モデルと呼ばれるモデル族を適用し、他の地域のデータと共変量の持つ情報を用いるということで、推定精度を高めるという手法が役に立つ。平均の推定の例では、標本平均を“他の地域のデータと共変量を用いたモデルから得られる安定した推定値”の方向に縮小する（近づける）ことで、平均の推定量を改善できる。

- 発表内容

小地域問題では今まで標本分散をもとに縮小推定量を構成していた。しかし、小地域においてはサンプルサイズが小さいことから標本分散も標本平均同様に不安定であり、不安定な標本分散をもとに得た地域平均の縮小推定量も不安定なものになると考えられる。そこで標本平均と標本分散を共に縮小させる同時縮小推定モデルが以下の形で Maiti et al (2014) によって提案された。

$$\begin{aligned}y_i|\xi_i, \sigma_i^2 &\sim N(\xi_i, \sigma_i^2) \\ \xi_i &\sim N(Z_i'\beta, \tau^2) \\ v_i/\sigma_i^2|\sigma_i^2 &\sim \chi_{n_i-1}^2 \\ 1/\sigma_i^2 &\sim G(\alpha/2, 2/\gamma)\end{aligned}$$

本研究においては、数値的にしか求められないベイズ推定量について、ある近似を利用することで近似された形のベイズ推定量を導出し近似経験ベイズ推定量を提案する。その推定誤差を MSE により評価し、近似の妥当性を数値実験および実データ解析によって鑑みた。

- 参考文献

Maiti, T., Ren, H. and Sinha, S. (2014). Prediction error of small area predictors shrinking both means and variances. *Scand. J. Statist.*, **41**, 775-790.